Examen Blanc de Mécanique quantique **A.EL BOUKILI**

2019-2020

Exercice 1: (Questions indépendantes)

1- Une cellule photoélectrique ayant un potentiel d'extraction W=1,5 eV est éclairée avec une radiation de longueur d'onde λ. Le potentiel d'arrêt capable d'arrêter les électrons arraches vaut 1,1 volts.

a) déterminer l'énergie cinétique et la vitesse des électrons arraches.

b) calculer la longueur d'onde de la radiation excitatrice

2- On considère l'ensemble des fonctions d'onde planes $\{V_{p_0}(r)\}$ telle que :

$$V_{p_0}(r) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} e^{i.p_0.r/\hbar}$$

Montrer que $\{V_{p_0}(r)\}$ constitue une base orthonormée de l'espace F

3- Soit Π l'opérateur parité dont l'action sur les vecteurs de la base $\{|r\rangle\}$ est définie par

$$\Pi\,|r\rangle = |-r\rangle$$

a) calculer l'élément de matrice $\langle r|\,\Pi\,|r'\rangle$

b) déduire que $\forall\psi \in F:\ \langle r|\,\Pi\,|\psi\rangle = \psi(-r)$

c) montrer que $\Pi^2 = \mathbb{I}$ et que Π est hermétique et unitaire

(Notons ici que $|-r\rangle \neq -|r\rangle$ et que $\mathbb{I}$ est l'opérateur identité)

Probleme

On considère un système physique dont l'espace des états E est rapporté à la base orthonormée $\{|u_1\rangle, |u_2\rangle\}$ et soit H l'Hamiltonien du système définie par

$$H = \omega A$$

avec ω est une constante réelle positive et A une observable définie par

$$A\,|u_1\rangle = \frac{\hbar}{2}\,|u_1\rangle \quad \text{et} \quad A\,|u_2\rangle = -\frac{\hbar}{2}\,|u_2\rangle$$

À t=0 l'état du système est décrit par le ket

$$|\psi(0)\rangle = \cos(\frac{\theta}{2})\,|u_1\rangle + \sin(\frac{\theta}{2})\,|u_2\rangle\,, \qquad 0 \leq \theta \leq \pi$$

1) Déterminer $|\psi(t)\rangle$ décrivant l'état du système à un instant t ultérieure

2) Calculer la valeur moyenne $\langle A\rangle$ dans l'état t=0 et dans l'état t

Que peut-on conclure ?

3) On s'intéresse maintenant à une grandeur B représenté par l'observable B tel que

$$B\,|u_1\rangle = i\frac{\hbar}{2}\,|u_2\rangle \quad \text{et} \quad B\,|u_2\rangle = -i\frac{\hbar}{2}\,|u_1\rangle$$

a) Quelles valeurs peut-on trouver et avec quelles probabilités lorsque on mesure la grandeur B:

I) À l'instant t=0

II) À l'instant t

b) La grandeur B est-t-elle une constante de mouvement ?

4) Le ket $|\psi(t)\rangle$ peut s'écrire sous la forme

$$|\psi(t)\rangle = R(\omega t)\,|\psi(0)\rangle$$

Où $R(\omega t)$ est l'opérateur par lequel le vecteur d'état est transformé entre les instant 0 et t

a) Déterminer la matrice représentant $R(\omega t)$ et vérifier que $R(\omega t)$ est unitaire

b) Exprimer $R(\omega t)$ sous forme d'une combinaison linéaire de l'opérateur identité $\mathbb{I}$ et de l'Hamiltonien H du système

c) Sachant que $R(\omega t)$ commute avec A et non avec B, retrouver l'évolution dans le temps des grandeurs A et B